

CONFINED  
AQUILIFER  
TRANSMISSIVITY  
IDENTIFICATION

Giovanni Crosta

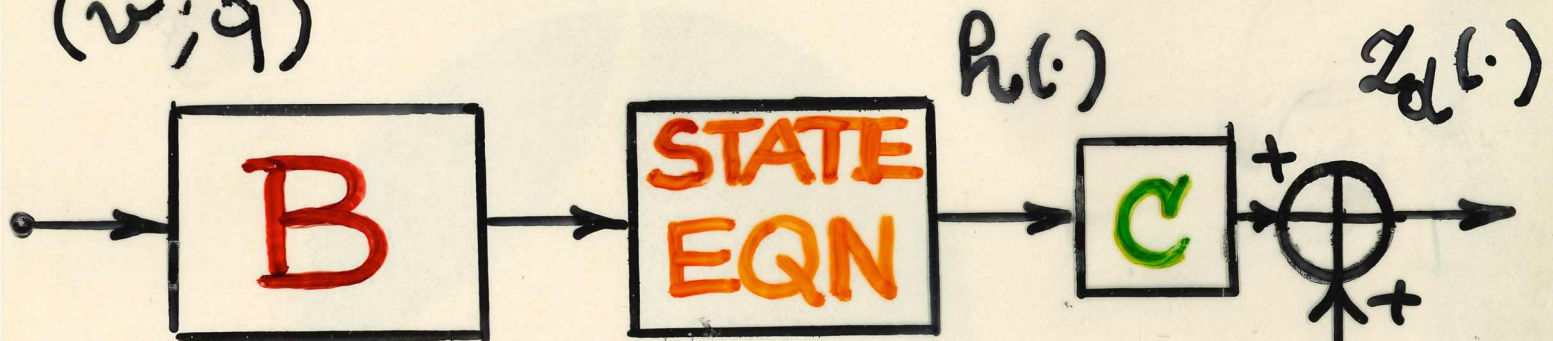
ESSAM  
IFIP-ROME  
290981

Biblioteca Biblioteca Biblioteca Biblioteca Biblioteca Biblioteca Biblioteca Biblioteca  
Zuadrelli Zuadrelli Zuadrelli Zuadrelli Zuadrelli Zuadrelli Zuadrelli Zuadrelli  
Crosta Crosta Crosta Crosta Crosta Crosta Crosta Crosta

# STATE EQUATION

$$\left\{ \begin{array}{l} \nabla \cdot [T(\cdot) \nabla h(\cdot)] = q(\cdot) \\ \underline{x} \in D \subset \mathbb{R}^2 \\ h(\cdot)|_G = v(\cdot) ; G = \partial D \\ Ch = h(\cdot) \quad \forall \underline{x} \in D \end{array} \right.$$

$(v; q)$



does B make sense?

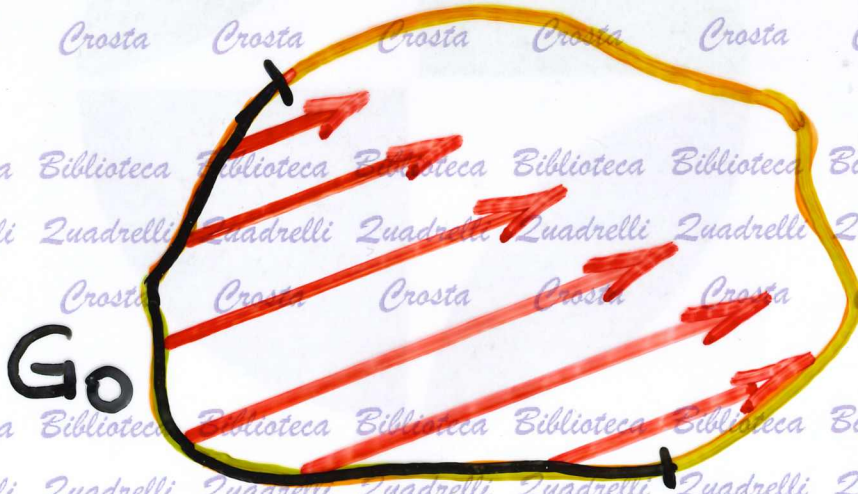
# INVERSE PROBLEM

$q(\cdot)$  } **NO** → **BYE!**  
 $z_d(\cdot)$  } **;(T(\cdot)?** → **;(T(\cdot)?**  
**YES**

**WAY OUT** → **!ESREVER!**

$$\left[ \nabla \cdot [T(\cdot) \nabla z_d(\cdot)] = q; x \in D \right]$$

$$\left[ T|_{G_0} = d(\cdot) \right]$$



**BUT...**

L  
U  
X  
H  
S  
T  
E  
N  
C  
E

Biblioteca Biblioteca Biblioteca Biblioteca Biblioteca Biblioteca Biblioteca Biblioteca  
Zuadrelli Zuadrelli Zuadrelli Zuadrelli Zuadrelli Zuadrelli Zuadrelli Zuadrelli  
Crosta Crosta Crosta Crosta Crosta Crosta Crosta Crosta

Biblioteca Biblioteca Biblioteca Biblioteca Biblioteca Biblioteca Biblioteca Biblioteca  
Zuadrelli Zuadrelli Zuadrelli Zuadrelli Zuadrelli Zuadrelli Zuadrelli Zuadrelli  
Crosta Crosta Crosta Crosta Crosta Crosta Crosta Crosta

Biblioteca Biblioteca Biblioteca Biblioteca Biblioteca Biblioteca Biblioteca Biblioteca  
Zuadrelli Zuadrelli Zuadrelli Zuadrelli Zuadrelli Zuadrelli Zuadrelli Zuadrelli  
Crosta Crosta Crosta Crosta Crosta Crosta Crosta Crosta

Biblioteca Biblioteca Biblioteca Biblioteca Biblioteca Biblioteca Biblioteca Biblioteca  
Zuadrelli Zuadrelli Zuadrelli Zuadrelli Zuadrelli Zuadrelli Zuadrelli Zuadrelli  
Crosta Crosta Crosta Crosta Crosta Crosta Crosta Crosta

N  
I  
Q  
I  
N  
C

S  
E  
N  
S  
E

L  
A  
S  
S  
E

F  
E  
B  
R  
A  
R  
I  
O

I  
N  
C  
U  
P  
O  
S  
I  
T  
I  
O  
N

W  
E  
L  
L

P  
O  
S  
S

S  
E  
D  
N

L  
A  
C  
I  
A  
C  
I  
O  
S

S  
M  
S

R  
U  
G  
T  
E  
R  
I  
C  
H  
A  
R  
L  
E  
M  
P

H  
O  
M  
O  
L  
O  
G  
O  
G  
Y

# WEAK SOLUTION

Ладаженская и Уральцева

$$\int_D T(\cdot) \nabla h \cdot \nabla w = \int_D q w$$

$$b(h; w) = L(w)$$

$$T(\cdot) \in L^\infty(D); q(\cdot) \in W_2^{-1}(D)$$

$$\forall w \in \dot{W}_2^1(D)$$

trace  $\Downarrow$  theorem

$$h|_{\partial D} \in W_2^{1/2}(G)$$

# Lagrangian Theory

$$\mathcal{L} := P(h; T) + b(h; w) - L(w)$$

$$\delta \mathcal{L} = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial h} \delta h + \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial T} \delta T = 0$$

$$\forall w \in W_2^1(D); \forall \delta h \in \delta W_2^1(h); \\ \forall \delta T \in \delta X_{ad}(T)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial h} = 0 \Rightarrow \text{ADJOINT SYSTEM}$$
$$\begin{cases} \nabla \cdot (T \nabla w) = -2(h - z_d) \\ w|_G = 0 \end{cases}$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial T} = \frac{\partial P}{\partial T} = \text{THE GRADIENT!} =$$
$$= \nabla h \cdot \nabla w$$

$$\left\langle \frac{\partial P}{\partial T}(h(\hat{T}); \hat{T}) \mid \delta T \right\rangle \geq 0$$
$$\forall \delta T \in \delta X_{ad}(\hat{T})$$